**PROBLEME1**

Soit la fonction f définie par f(x) = -1+

1. a- dresser le tableau de variation de f

b- Etudier les variations de la fonction  : xf(x)-x sur .

Montrer que l’équation f(x) = x admet dans  une solution unique et que . Donner le signe de(x)

1. a- Montrer que f réalise une bijection de  sur IR , on note f-1 sa fonction réciproque

b- Démontrer que f-1(x) =, IR

3) Soit la suite (Un) définie par : U0  et U n+1= f-1(Un) ; IN

a- Montrer que : IN ; Un

b- Utiliser le signe de(x) pour montrer que :  on a, f-1(x)  x.

Montrer alors que la suite (Un) est monotone et en déduire que (Un) est convergente et déterminer sa limite

1. Pour tout de  , on pose h(x) = f [cos((x+1)]
2. Montrer que :  on a h(x) = -1 + cotg [((x+1)]
3. Montrer que h réalise une bijection de  sur IR. On note h-1 sa fonction réciproque
4. Montrer que h-1 est dérivable sur IR et que (h-1)’(x) = -
5. Pour tout x de IR\* , on pose H(x) = h-1(x-1) +h-1(
6. Montrer que H est dérivable sur IR\* et calculer H’(x)
7. Calculer h(-) et h() , en déduire que :IR\*+ ; H(x) = -1

:IR\*- ; H(x) = 1

c- Pour tout n de IN\* on pose Vn =   et Wn = 

\* Montrer que h-1() +h-1() = -1 IN\*

\*\*) Montrer que IN\* ; Vn = -n – h-1(-) , en déduire que la suite (Wn) est convergente et donner sa limite

**EXERCICE 1**

Soit f la fonction définie sur IR par : f(x) =  et F la primitive de f sur IR tel que F(0) = 0

1) a- Montrer que IR- : x

b- Montrer que IR+ : x-

2) Calculer alors : et 

3) Soit G la fonction définie sur IR par : 

a- Etudier la continuité et la dérivabilité de G en 0

b- Déterminer le signe de H(x) =  - F(x) puis donner le sens de variation de G sur IR

4) On pose (x) = F() + F( ) pour tout x IR+

a- Montrer que  est dérivable sur IR+ et calculer H’(x)

b- Vérifier que  F(tg(x)) = x puis calculer 

c- En déduire que F(

d- Montrer que F réalise une bijection de IR sur un intervalle J que l’on précisera

Déterminer F-1(x) pour tout x de J